

משך ירח הלבנה הממוצע

פרופ. חיים שור

המחלקה להנדסת תעשיה וניהול. אוניברסיטת בן-גוריון בנגב

אי מיל: shor@bgu.ac.il

אתר אישי: <http://www.bgu.ac.il/~shor/index.html>

הערה: מאמר זה נתרם לספרו של הרב זמיר כהן "המהפך 4". ארגון הידברות.

מבוסס על הספר (פרק 18):

Shore, Haim (2007, 2008; 2nd Edition Dec., 2012). *Coincidences in the Bible and in Biblical Hebrew*. iUniverse, Bloomington, IN 47403, USA.

1. מבוא

משך ירח הלבנה (כלומר, הזמן בין חידושי לבנה עוקבים, המשתנה מעט מחודש לחודש) הוא בממוצע 29.53059 יום.

אפשר למצוא ערך זה במקורות שונים, למשל, באנציקלופדיה החופשית וויקיפדיה:
http://en.wikipedia.org/wiki/Lunar_month

אתר סוכנות החלל האמריקאית (NASA) מדייק יותר ומציין ערך של 29.530589 יום:

<http://eclipse.gsfc.nasa.gov/SEsaros/SEsaros.html>

למרבה ההפתעה, ערך זה מוזכר במקורותינו:

"אמר להם רבן גמליאל: כך מקובלני מבית אבי אבא: אין חידושה של לבנה פחותה מעשרים ותשעה יום ומחצה ושני שלישי שעה ושבעים ושלושה חלקים" (תלמוד, ראש השנה, כה, ע"א).

חישוב פשוט מראה כי הזמן בין חידושי לבנה לפי רבן גמליאל הוא (אנו מתרגמים את כל הערכים המוזכרים לעיל ליחידה של יום (24 שעות) ובכל שעה 1080 חלקים, כפי שהיה מקובל בתקופתו של רבן גמליאל):

$$29.5 + [(2/3) + (73/1080)] / 24 = \text{יום } 29.53059$$

הרמב"ם מציין אותו ערך, אם כי חישובו שונה: "תשעה ועשרים יום ושתיים עשרה שעות מיום שלושים מתחילת לילו, ושבע מאות שלושה ותשעים חלקים משעת שלוש עשרה; וזה הוא הזמן

שבין כל מולד ומולד, וזה הוא חודשה של לבנה. " (משנה תורה, ספר זמנים, הלכות קידוש החודש, פרק ו, ג').

חישוב פשוט נותן אותה תוצאה כמקודם:

$$29.5 + (793/1080) / 24 = 29.53059 \text{ יום}$$

כמקובל אצל הרמב"ם בכתיבתו את "משנה התורה" ובפריסתו את פסיקותיו, אין הוא מציין מהיכן שאב מידע זה. אבל בהצדיקו את פסיקותיו בהלכות קידוש החודש, הוא מציין כך (משנה תורה, ספר זמנים, הלכות קידוש החודש, פרק י"א):

" **יא,ב** ודרכי החשבון, יש בהן מחלוקות גדולות בין חכמי הגויים הקדמונים שחקרו על חשבון התקופות והגימטריות. ואנשים חכמים גדולים נשתבשו בהן, ונתעלמו מהן דברים ונולדו להן ספקות; ויש מי שמדקדק הרבה, ולא פגע בדרך הנכונה בחשבון ראיית הירח, אלא צלל במים אדירים, והעלה חרס בידו.

יא,ג ולפי אורך הימים ורוב הבדיקות והחקירות, נודע למקצת החכמים דרכי חשבון זה; ועוד שיש לנו בעיקרים אלו, קבלות מפי החכמים וראיות שלא נכתבו בספרים הידועים לכול. ומפני כל אלו הדברים, כשר בעיניי לבאר דרכי חשבון זה, כדי שיהיה נכון לכל מי שמלאו ליבו לקורבה אל המלאכה, לעשות אותה.

יא,ד ואל יהיו דרכים אלו קלים בעיניך, מפני שאין אנו צריכין להם בזמן הזה: שאלו הדרכים, דרכים רחוקים ועמוקים הן; והוא סוד העיבור שהיו החכמים הגדולים יודעים אותו, ואינן מוסרין אותו לכל אדם אלא לסמוכים נבונים. אבל זה החשבון שמחשבין בזמן שאין בית דין לקבוע על הראייה שאנו מחשבין בו היום, אפילו תינוקות של בית רבן מגיעין עד סופו, בשלושה ארבעה ימים."

נותרת השאלה: כיצד ידעו אבותינו את משך חודש הלבנה הממוצע בדיוק כה גבוה? האם ניתן לגזור אותו ממקורות מקובלים במסורת היהודית, או שעלינו לקבל כגזרה כי ערך זה היה ידוע לחז"ל באופן מסתורי כלשהוא ("קבלות מפי החכמים")?

במאמר זה נראה כיצד ערך מדויק זה ניתן לחישוב על בסיס שני מושגים בסיסיים (ועל פיהם בלבד) המקובלים ביהדות מקדמת דנא: המועד בשבוע שבו התחילה "שנת תהו" (בהר"ד) והמועד בשבוע שבו הסתיימה (וי"ד).

נציין, כי שיטת החישוב שתובא להלן היא כה פשוטה (מבחינה מתמטית) שהמחבר מתקשה להניח שחישוב כזה לא נעשה קודם ואולי אף פורסם. מכל מקום, בשעת כתיבת דברים אלו לא ידוע לנו על כך.

2. "שנת תהו", "בהר"ד", "וי"ד"

"שנת תהו" היא שנה דמיונית ש"קדמה" לתחילת הלוח העברי והיא מתחייבת באופן לוגי מהאופן שבו מחושב הלוח העברי ומהאופן שבו מתואר סיפור הבריאה בספר בראשית (פרק א').

כדי להבין את הקושי הלוגי שחייב להגדיר שנת תהו, ניזכר כיצד מחושבת תחילתו של לוח השנה העברי. לוח זה מתחיל ביום בריאת האדם, שחל ביום שישי (לפי פרק א' בספר בראשית). יום זה מציין גם את תחילת מולד הירח הראשון (במקורותינו "מולד וי"ד", שנסביר מיד) והוא גם היום הראשון של השנה הראשונה בלוח העברי (כלומר, היום הראשון של ראש השנה הראשון).

ואולם, "ידוע" כי ליום בריאת האדם (כאמור, ביום השישי) קדמו חמישה ימי בריאה. אם כך, לאיזו שנה "שייכים" ימים אלו?

כדי להתגבר על הקושי הלוגי (ואין זה משנה כרגע מהי "סקלת הזמן" של אותם ימי הבריאה), מקובל להתייחס לימים אלו כאילו הם שייכים לשנה דמיונית שקדמה לתחילת ספירת השנים על פי הלוח העברי. שנה זאת נקראת במקורותינו: "שנת תהו" (או "שנת יצירה"). במקורותינו מתייחסים למועד בשבוע שבו "התחילה" אותה שנה והמועד בשבוע שבו הסתיימה. שני מועדים אלו נקראים "בהר"ד" ו-"וי"ד" (נסבירם מיד), והם משמשים בסיס לחישובים שונים הקשורים בבניית לוח השנה העברי לאורך הדורות (כולל חדשים מעוברים ושנים מעוברות).

הרמב"ם מזכיר את בהר"ד:

"וכן כשיהיה עימך ידוע מולד שנה זו, ותוסיף שאריתה על ימי המולד--אם פשוטה היא שארית הפשוטה, ואם מעוברת שארית המעוברת--ייצא לך מולד שנה שלאחריה. וכן שנה אחר שנה, עד סוף העולם. והמולד הראשון שממנו תתחיל, הוא מולד שהיה בשנה ראשונה של יצירה, והוא היה בליל שני חמש שעות בלילה ומאתיים וארבעה חלקים, סימן להם ב' ה' ר"ד; וממנו היא התחלת החשבון." (משנה תורה, ספר זמנים, הלכות קידוש החודש, פרק ו, ח').

מציטוט זה ברור מהו בהר"ד: המועד בשבוע שבו התחילה שנת תהו (שנת יצירה) כלומר: יום שני, בשעה החמישית ועוד:

$$204 / 1080 = 0.18889 \text{ שעות}$$

מהשעה השישית. (נזכיר שבספירת הימים בלוח העברי, תחילתו של יום בערבו של היום הקודם (בשעה 18.00) שהרי כתוב "ויהי ערב ויהי בקר יום אחד").

מהיכן שאבה המסורת היהודית מועד זה?

בהר"ד מתקבל מחמשת הפסוקים הראשונים של ספר בראשית כאשר מתחילים באות הראשונה ("ב" במילה "בראשית") ומדלגים כל פעם על 42 אותיות (מ"ב אותיות) עד הגיענו לאות האחרונה, ד', במילה "ויבדל".

מקובל כי בהר"ד קשור למעשה בראשית והוא מתקשר עם אחד משמותיו של הקדוש-ברוך-הוא בן 42 אותיות המתייחס למידת הדין:

"אמר רב יהודה אמר רב שם בן ארבעים ושתיים אותיות אין מוסרין אותו אלא למי שצנוע ועניו ועומד בחצי ימיו ואינו כועס ואינו משתכר ואינו מעמיד על מידותיו וכל היודעו והזהיר בו והמשמר בטהרה אהוב למעלה ונחמד למטה" (קידושין, עא).

רבנו בחיי מתייחס במפורש לבהר"ד בפירושו לספר בראשית:

"ויש לך לדעת כי יש בידינו קבלה בפסוק זה של "בראשית" שממנו יוצא שם בן מ"ב המיוחס למדת הדין עד "בית" של "בהו", אך על ידי צירופים רבים. ואם תאיר עיני הלב תמצא בו המנין של בהר"ד שזכרתי למעלה, והוא רשום בפרשה ואותיותיו ארבעתם, בין כל אות ואות מ"ב אותיות, והמשכיל יבין, יוכל להבחין כי אין זה דרך מקרה אבל הוא מופת גמור על חידוש העולם".

המועד בשבוע של סיום "שנת תהו" (ותחילת השנה העברית הראשונה ב-"מולד אדם" או "מולד וי"ד") הוא וי"ד, כלומר: יום שישי, בסוף השעה הארבע עשרה (י"ד). אם היינו מחשבים את המועד כמקובל בימינו, הרי מדובר בשעה 8.00 בבוקרו של יום השישי.

גם למועד זה מקורות יהודיים רבים והקורא יכול להתחקות עליהם בכוחות עצמו (כפי שעשינו לעיל ביחס לבהר"ד).

נראה להלן כי "בהר"ד" ו-"וי"ד" בלבדם מגדירים באופן חד משמעי את משך חודש הלבנה הממוצע כשווה ל- 29.530594 יום.

3. חישוב משך חודש הלבנה הממוצע על פי "בהרד" ו"ויד" בלבד

לצורך החישוב נציב משוואה יחידה בת שלושה משתנים. אחד המשתנים (נסמנו להלן באות A) ערכו ידוע. ביחס למשתנה אחר (נסמנו ב-X כי זה המשתנה שאת ערכו אנו מבקשים למצוא בחישוב) ידוע כי ערכו צריך להיות בין שני ערכים ידועים מראש. ביחס למשתנה השלישי (נסמנו ב-K) ידוע אך ורק כי הוא מספר שלם שצריך למלא את האילוץ שחייב X לקיים במשוואה.

נפרט להלן את אופן פיתוח המשוואה.

X – חודש הלבנה הממוצע (בימים).

לכן משך שנת הלבנה הממוצע (12 חודשים) הוא: $(12X)$ ימים.

אם נניח כי בחודש ארבעה שבועות (28 ימים), אזי נקבל:

$$(12X) - 12 \cdot 28 = 12(X - 28) = (7K) + A$$

במלים אחרות: ההפרש בין מספר הימים המייצג את משך שנת הלבנה הממוצע $(12X)$ ובין משך שנת הלבנה בהנחה שכל חודש הוא בן 4 שבועות בדיוק יהיה שווה למספר שבועות שלם (K) ועוד חלק של שבוע שאינו שלם (A).

במשוואה זאת רק A ידוע והוא ניתן לגזירה מ-"בהרד" ו-"ויד". מיום שני בשעה 5.188889 ועד לאותה שעה ביום שישי: 4 ימים. משעה זאת ועד לשעה הארבעה עשרה (י"ד):

$$14 - 5.188889 = 8.811111 \text{ שעות}$$

ההפרש הכולל בימים הוא:

$$A = 4 + 8.81111 / 24 = 4.36713 \text{ ימים}$$

אין פלא שהרמב"ם כבר מזכיר ערך זה:

"וה, כשתשליך ימי חודש הלבנה שבעה שבעה, שהן ימי השבוע--יישאר יום אחד ושתיים עשרה שעות ושבע מאות ושלושה ותשעים חלקים, סימן להם א' י"ב תשצ"ג; וזו היא שארית חודש הלבנה. וכן כשתשליך ימי שנת הלבנה שבעה שבעה--אם שנה פשוטה היא--יישאר ממנה ארבעה ימים ושמונה שעות ושמונה מאות ושישה ושבעים חלקים, סימן להם ד' ח' תתע"ו; וזו היא שארית שנה פשוטה. ואם שנה מעוברת היא--תהיה שאריתה חמישה ימים ואחת ועשרים שעות וחמש מאות תשעה ושמונים חלקים, סימן להם ה' כ"א תקפ"ט." (משנה תורה, ספר זמנים, הלכות קידוש החודש).

חישוב פשוט מראה (לפי רמב"ם):

$$4 + 8/24 + (876/1080) / 24 = 4.36713 \text{ ימים}$$

נותר לנו עתה למצוא את ערכי X ו- K . אלו שני משתנים במשוואה יחידה וידוע כי מספר הפתרונות של משוואה כזאת הוא אינסופי. למרבית הפלא, אנו יודעים דבר מה על X (אילוץ ש- X חייב לקיים) שמאפשר לנו למצוא למשוואה זאת פתרון יחיד (כלומר, אין פתרון נוסף למשוואה זאת המקיים את האילוץ).

האילוץ הוא שבשנה העברית הרגילה החודש יכול להיות בן 29 יום או 30 יום. ולכן עלינו להניח כי X (משך ירח הלבנה הממוצע, בימים) חייב לקיים את האילוץ הבא:

$$29 < X < 30$$

הרמב"ם מתייחס במפורש לאילוץ זה:

"ח,ב לפיכך עושין חודשי הלבנה, מהם חודש חסר תשעה ועשרים יום בלבד, ואף על פי שחודשה של לבנה יתר על זה בשעות, וחודש מלא משלושים יום, ואף על פי שחודשה של לבנה פחות מזה בשעות--כדי שלא לחשב בחודש שעות, אלא ימים שלמים." (משנה תורה, ספר זמנים, הלכות קידוש החודש).

לאחר שקבענו אילוץ זה, כל שנותר הוא לתת ערכים שלמים שונים ל- K , לחשב מהמשוואה את ערך X המתאים לכל אחד מערכים אלו, ולמצוא אלו ערכי K נותנים ערכי X המתאימים לאילוץ שצויין.

למרבה הפלא, ישנו ערך יחיד של K המקיים את האילוץ:

$$\text{עבור } K=1: X=28.947261$$

$$\text{עבור } K=2: X=29.530594$$

$$\text{עבור } K=3: X=30.113927$$

כלומר: רק הצבת הערך $2=K$ במשוואה נותנת ערך X המקיים את האילוץ ולכן זהו חודש הלבנה הממוצע, על פי בהר"ד וזי"ד בלבד.

ההפרש מהערך שמצויין באתר של NASA:

$$29.530594 - 29.530589 = 0.000005 \text{ ימים}$$

כלומר: חמישה חלקים למליון.